1.1. Üslü ve Köklü Sayılar

9. SINIF MATEMATİK | MAARİF MODELİ UYUMLU | Hızlı Hatırlama • MAT.9.1.1

Daha fazla soru ve konu anlatımı için
www.sinifdijital.com

Rafine Özet Kartları • Görsel Şemalar • Kavram Yanılgısı Radarı • Hızlı Pekiştirme Soruları

Bölüm 1 — Üslü Gösterim ve Kuvvet Yasaları

1. Tanım & İşaret

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ tane}}$

- $(-a)^{2k} = +a^{2k}, (-a)^{2k+1} = -a^{2k+1}$
- $-a^{2k} = -(a^{2k})$ *($a \neq 0$ için negatif!)*

2. Sıfır ve Negatif Üs ($a \neq 0$)

- $a^0 = 1$ *(0^0 tanımsızdır!)*
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
- Negatif üs işareti **değiştirmez**, ters çevirir.

3. Kuvvet Kulesi Tuzağı

- Parantez varsa çarp: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- Parantez yoksa üstten başla: $a^{m^n} = a^{(m^n)}$
- Örn: $(2^3)^2 = 2^6 = 64,\ 2^{3^2} = 2^9 = 512$

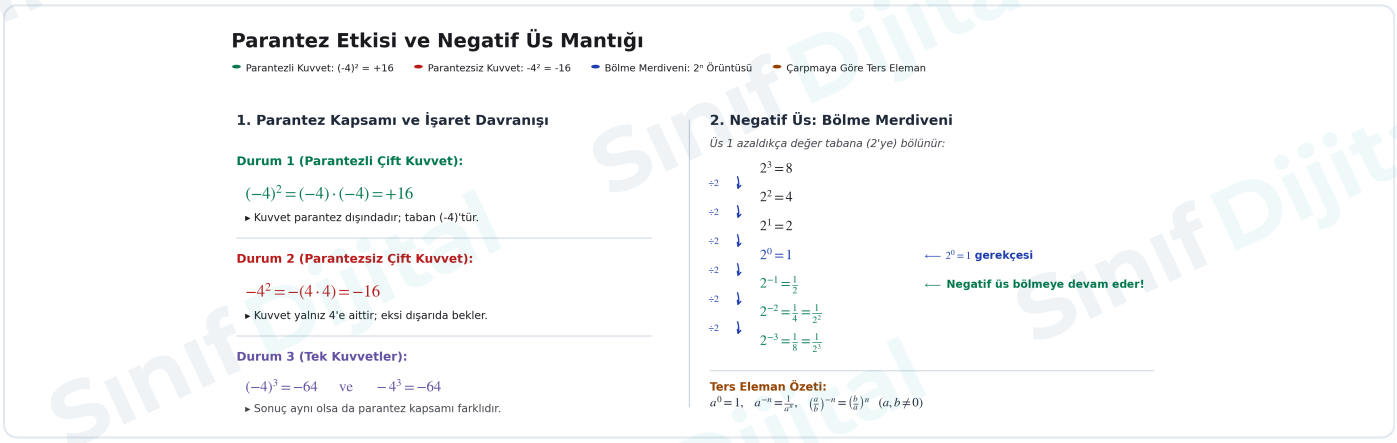
Dört İşlem Özeti ($a, b \neq 0$)

- **Çarpma:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ | $a^n \cdot b^n = (ab)^n$
- **Bölme:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ | $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- **Toplama/Çıkarma:** Yalnızca taban **ve** üs aynıysa katsayılar toplanır:
  $x \cdot a^n + y \cdot a^n = (x + y) \cdot a^n$

Bilimsel Gösterim ($1 \leq |a| < 10,\ n \in \mathbb{Z}$)

Biçim: $\mathbf{a \cdot 10^n}$

- Virgül **sola** kaydıkça n **artar** ($45\,000 = 4{,}5 \cdot 10^4$).
- Virgül **sağa** kaydıkça n **azalır** ($0{,}007 = 7 \cdot 10^{-3}$).
- Toplamada önce 10^n kuvvetleri eşitlenir.





Bölüm 2 — Köklü Gösterimler, Sıralama ve Eşlenik

1. Rasyonel Üs Köprüsü

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} \quad (n \geq 2)$$

• Derece genişletme/sadeleştirme: $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n \cdot k]{x^{m \cdot k}}$

2. Kök Dışına Çıkış Kuralı

• **Tek derece:** $\sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a \, (a \in \mathbb{R})$

• **Çift derece:** $\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a|$ (negatif çıkamaz!)

• Tanım: $\sqrt[2k]{x}$ için $x \geq 0$ olmalıdır.

3. Sıralama & İç İçe Kökler

• **Sıralama:** Dereceler EKOK'ta eşitlenir; içi büyük olan büyüktür.

• **İç içe kök:** $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x}$

$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b} \, (a > 0)$

İşlem Türü	Formül / Kural (Tanımlı Köklü İfadeler)	Örnek / Not
Toplama / Çıkarma	$k\sqrt[n]{x} \pm m\sqrt[n]{x} = (k \pm m)\sqrt[n]{x}$	$\sqrt{48} + \sqrt{12} = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$
Çarpma & Bölme	$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}, \; \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$	Dereceler eşit değilse önce EKOK ile eşitle!
Payda Rasyonelleştirme	$\frac{k}{\sqrt{a}} \xrightarrow{\cdot\sqrt{a}} \frac{k\sqrt{a}}{a} \mid \frac{k}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \xrightarrow{\cdot(\sqrt{a}+\sqrt{b})} \frac{k(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$	İki kare farkı $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b}) = a-b$

Rasyonel Üs - Köklü İfade Dönüşüm Mantığı

Pay (m): Kök İçi Kuvvet — Payda (n): Kök Derecesi (n ≥ 2) — Derece Genişletme ve Sadeleştirme (MEB 8. Uygulama)

1. Rasyonel Üs - Köklü Gösterim Eşleşmesi

$(x>0,\ m \in \mathbb{Z},\ n \in \mathbb{Z}^+,\ n \geq 2)$

Pay (m) → Kök İçi Kuvvet — Payda (n) → Kök Derecesi

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$$

Temel Örnekler:

$5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$

$6^{\frac{1}{2}} = \sqrt{6}$ **(Karekök: $n=2$ yazılmaz)**

2. Kök Derecesini Genişletme ve Sadeleştirme

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} = x^{\frac{m \cdot k}{n \cdot k}} = \sqrt[n \cdot k]{x^{m \cdot k}}$$

▸ Rasyonel üssün pay ve paydası aynı sayı ile çarpılır ya da bölünür.

▸ **Genişletme Örneği (k = 3):**

$\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3}} = \sqrt[6]{3^3} = \sqrt[6]{27}$

▸ **Sadeleştirme Örneği (÷ 2):**

$\sqrt[6]{5^4} = 5^{\frac{4}{6}} = 5^{\frac{4 \div 2}{6 \div 2}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$

Paydayı Rasyonel Yapma: Genişletme ve Eşlenik Mekanizması

Tek Terimli Payda: √a ile Genişletme — İki Terimli Payda: Eşlenik (√a ± √b) ile Çarpma — İki Kare Farkı: (√a)² - (√b)² = a - b

1. Tek Terimli Payda ($\sqrt{a}$ ile Genişletme)

Temel İlke: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a \quad (a>0)$

Genel Geçiş:

$$\frac{k}{\sqrt{a}} = \frac{k}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{k\sqrt{a}}{a}$$

Somut Örnek:

$$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

2. İki Terimli Payda (Eşlenik $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ ile Çarpma)

İki Kare Farkı: $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b}) = a-b$

Genel Geçiş:

$$\frac{k}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{k(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$$

Somut Örnek:

$$\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} = \sqrt{5}+\sqrt{3}$$

Bölüm 3 — Kavram Yanılgısı Radarı (❌ Tuzak vs ✅ Doğru)

❌ Yanlış	✅ Doğru
$\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$	$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ (Kök içinde toplama parçalanmaz!)
$x < 0$ iken $\sqrt{x^2} = x$ veya $\sqrt[4]{x^4} = x$	Çift derecede $\sqrt[2n]{x^{2n}} = \lvert x \rvert = -x$ çıkar!
$2^5 + 2^5 = 2^{10}$ veya 4^{10}	$2^5 + 2^5 = 2 \cdot 2^5 = 2^6$ (Katsayılar toplanır!)
$(-2)^4 = -16$ veya $-2^4 = +16$	$(-2)^4 = +16$ (parantezli), $-2^4 = -16$ (parantezsiz).
$3^{-2} = -9$	$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ (Negatif üs sayıyı eksi yapmaz!)
$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt[5]{6}$ veya $\sqrt{6}$	$\sqrt[6]{2^2} \cdot \sqrt[6]{3^3} = \sqrt[6]{4 \cdot 27} = \sqrt[6]{108}$ (Önce derece eşitle!)

Bölüm 4 — Stratejik Karar Akışı: "Soruda Nereden Başlanır?"

1. ASAL TABAN
4, 8, 9, 25, 27 varsa
2, 3, 5 tabanına in!

→

2. RASYONEL ÜS
Farklı kök derecelerinde
EKOK veya m/n kullan!

→

3. MUTLAK DEĞER
Çift kök + harf (a < 0)
önce |...| koy, sonra aç!

→

4. EŞLENİK
Paydada √ varsa
(√a±√b) ile rasyonel yap!

Bölüm 5 — Hemen Dene! (4 Hızlı Pekiştirme Mikro-Sorusu)

1. $\frac{(-3)^2 - 3^2 + (-1)^{15}}{3^{-1}}$ işleminin sonucu kaçtır? **2.** $0{,}00032 \cdot 10^9$ sayısının bilimsel gösterimi $a \cdot 10^n$ ise $a + n$ kaçtır?

3. $x < 0$ olmak üzere $\sqrt{16x^2} + \sqrt[3]{27x^3}$ ifadesinin en sade hâli nedir? **4.** $\frac{10}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} - 2\sqrt{7}$ işleminin sonucu kaçtır?

Hemen Dene Cevapları: 1) -3 2) $3{,}2 \cdot 10^5 \implies 8{,}2$ 3) $-4x + 3x = -x$ 4) $2\sqrt{2}$