Hızlı Cevap Anahtarı, Çeldirici Analizleri, Kapalılık Matrisi ve D/Y Ağacı Değerlendirmesi

Bölüm I — Hızlı Cevap Anahtarı (Soru 1 – 6)

Soru 1	Soru 2	Soru 3	Soru 4	Soru 5	Soru 6
D	C	B	B	D	D

Bölüm I — Detaylı Çözümler ve Çeldirici Notları

Soru 1 Çözümü: CNC Kesim Ölçüleri

Cevap: D (3)

Hesaplama: $P_1 = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \in \mathbb{Q}'$ (irrasyonel); $P_2 = 7 - 4 = 3 \in \mathbb{Q}$; $P_3 = \sqrt{9} = 3 \in \mathbb{Q}$; $P_4 = \frac{13}{9} \in \mathbb{Q}$. Toplam 3 rasyonel ölçü (P_2, P_3, P_4) vardır.

Soru 2 Çözümü: Kriojenik Sıralama

Cevap: C (I ve III)

I: $c < 0$ negatif çarpanı eşitsizliğin yönünü çevirir ($xc > yc$, Doğru). **II:** $x < y < 0$ aynı işaretli olduğundan $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ olur (II Yanlış). **III:** Tek (3.) kuvvet sıralamayı korur ($x^3 < y^3$, Doğru).

Soru 3 Çözümü: Deniz Aracı Konumları

Cevap: B ($\frac{69}{96}$)

Ortalama Adımları: $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$ ve $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$. İlk orta nokta $M_1 = \frac{9+20}{48} = \frac{29}{48}$. İkinci orta nokta ($M_1$ ile $B = \frac{40}{48}$ arası): $M_2 = \frac{29+40}{96} = \frac{69}{96} = \frac{23}{32}$.

Soru 4 Çözümü: Bellek Kümesi Kapalılığı

Cevap: B (I ve II)

I: $\mathbb{Z}$ toplama, çıkarma ve çarpmaya kapalıdır (Doğru). **II:** $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2 \in \mathbb{Q}$ (Doğru). **III:** $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$ çarpma işlemine kapalı değildir; örn $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = 4 \notin \mathbb{Q}'$ (Yanlış).

Soru 5 Çözümü: Karşıt Örnek Seçimi

Cevap: D (-3, 2)

Kontrol: $(-3, 2)$ ikilisi $a \neq 0, b \neq 0$ ve $-3 < 2$ hipotezini sağlar ancak $-\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ olduğundan hüküm ($1/a > 1/b$) bozulur. $(4, -2)$ hipotezi ($a < b$), $(0, 4)$ ise $a \neq 0$ şartını sağlamaz.

Soru 6 Çözümü: Çift Doğal Sayılar (S)

Cevap: D (Toplama ve Çarpma)

Kontrol: $2m + 2n = 2(m + n) \in S$ ve $(2m)(2n) = 2(2mn) \in S$ (kapalı). Ancak $2 - 6 = -4 \notin S$ (çıkarmaya) ve $2 \div 4 = \frac{1}{2} \notin S$ (bölmeye kapalı değil).

Bölüm II — Açık Uçlu Görevler ve Tanılayıcı Ağaç Çözümleri (Soru 7 – 10)

Soru 7 Çözümü: Kapalılık Matrisi

Tam Çözüm

Küme	Toplama ($+$)	Çıkarma ($-$)	Çarpma ($\cdot$)	Bölme ($\div$)
$\mathbb{N}$	Kapalı	Kapalı Değil ($2-5=-3$)	Kapalı	Kapalı Değil ($1 \div 2 \notin \mathbb{N}$)
$\mathbb{Z}$	Kapalı	Kapalı	Kapalı	Kapalı Değil ($3 \div 4 \notin \mathbb{Z}$)
$\mathbb{Q}'$	Kapalı Değil ($\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$)	Kapalı Değil ($\sqrt{3}-\sqrt{3}=0$)	Kapalı Değil ($\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=4$)	Kapalı Değil ($\sqrt{5}\div\sqrt{5}=1$)

b) 0'a bölme tanımsız olduğu için 0 çıkarıldığında geriye kalan her $a, b \neq 0$ için $a \div b$ tanımlı ve yine kümenin elemanı olur.
c) $\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{16}=4 \in \mathbb{Q}$ ve $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{4}=2 \in \mathbb{Q}\,(\notin \mathbb{Q}')$.

Soru 8 Çözümü: Sıralama İspatı ve Yoğunluk

Tam Çözüm

a) İspat: $a<b \implies b-a>0$. Negatif $c<0$ ile çarpılınca pozitif ile negatifin çarpımı negatif olduğundan $(b-a)c<0 \implies bc-ac<0 \implies ac>bc$.
b) Arada Olma: $\frac{1/3+1/2}{2}=\frac{5}{12} \in \mathbb{Q}$. İrrasyonel olarak $\frac{1}{9}<\frac{1}{7}<\frac{1}{4}$ olduğundan $\frac{1}{3}<\frac{1}{\sqrt{7}}<\frac{1}{2}$ veya $\frac{\sqrt{2}}{4}\approx 0{,}353$.
c) Antisimetri: $2x+1=y+7 \implies 2x-y=6$.

Soru 9 Çözümü: Mesafe Karışımı

Tam Çözüm

a) $A+B=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{3} \in \mathbb{Q}'$; $A+B+C=\sqrt{3}+(5-\sqrt{3})=5 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.
b) $r\cdot i=q \in \mathbb{Q}$ olsaydı $r\neq 0$ olduğundan $i=\frac{q}{r} \in \mathbb{Q}$ olurdu; bu da $i \in \mathbb{Q}'$ ile çelişir.
c) $D=\frac{10(\sqrt{5}+1)}{5-1}=\frac{5(\sqrt{5}+1)}{2} \in \mathbb{Q}'$ (irrasyonel).

Soru 10 Çözümü: Tanılayıcı Dallanmış Ağaç Analizi

Cevap: 3. ÇIKIŞ

a) İzlenen Doğru Yol:
1. Kök düğüm: $\mathbb{Q}\setminus\{0\}$ bölmeye göre kapalıdır **Doğrudur (D)** → Sol dala geçilir.
2. Sol ara düğüm: $a<b<0$ iken yön değişir ve $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ olur; bu yüzden $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ **Yanlıştır (Y)** → Sağ alt dala geçilir.
3. Üçüncü seviye düğüm: $0<a<1$ ise pozitif a ile çarpıldığında $a^2<a$ olur **Doğrudur (D)** → **3. ÇIKIŞ**'a ulaşılır.

b) Yanlış İfadenin Doğrusu: Aynı işaretli iki negatif sayı ($a=-4<b=-2<0$) ters çevrildiğinde eşitsizlik yön değiştirir: $-\frac{1}{4}>-\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$).