2.1. Doğrusal Fonksiyonlar ve Nitel Özellikleri

9. SINIF MATEMATİK | MAARİF MODELİ UYUMLU | Hızlı Hatırlama • MAT.9.2.1

Daha fazla soru ve konu anlatımı için
www.sinifdijital.com

7 Nitel Özellik • Eğim ve Öteleme • Sabit ve Parçalı Fonksiyonlar • Kavram Yanılgısı Radarı

Bölüm 1 — Doğrusal Referans Fonksiyon ve 7 Nitel Özellik

1. Referans: $f(x) = x$

- Tanım / Görüntü: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, Sıfırı: $x = 0$
- İşaret: $(-\infty, 0)$'da $(-)$, $(0, \infty)$'da $(+)$
- Eğim 1, daima **artan** ve **bire bir**.
- Ekstremum (Min/Maks): $\mathbb{R}$'de **yoktur**.

2. Genel: $g(x) = ax + b$ $(a \neq 0)$

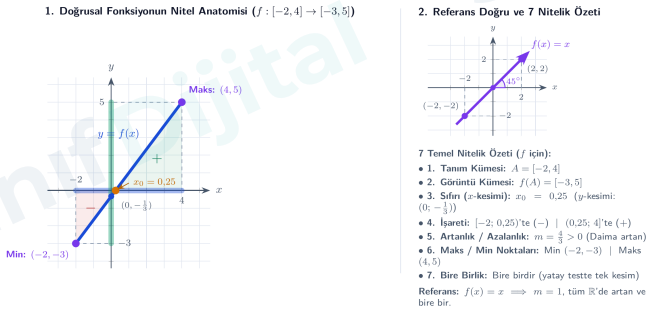
- Eğim $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$: $a > 0 \implies$ artan ($\nearrow$); $a < 0 \implies$ azalan ($\searrow$).
- y-kesimi: $(0, b)$, Sıfırı: $x = -\frac{b}{a}$.
- Öteleme: $a \cdot f(x - r) + k = a(x - r) + k$.

3. Sabit ve Parçalı Fonksiyon

- **Sabit ($g(x) = k$):** Eğimi 0, görüntü $\{k\}$, **bire bir değildir**.
- **Parçalı:** Kritik (kırılma) noktalarında kural değiştirir.
- Ekstremum: Yalnızca sınırlı/kapalı aralık uçlarında aranır!

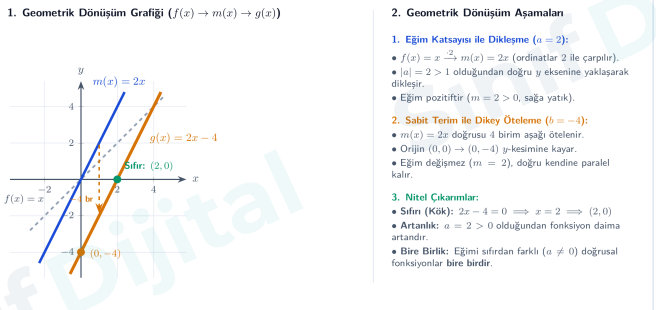
Fonksiyonun 7 Nitel Özelliğinin Grafik Anatomisi ve Referans Doğrusu

Kapalı aralıkta tanımlı doğrusal fonksiyon nitelikleri ve $f(x) = x$ doğrusal referans modeli



Doğrusal Referans Fonksiyondan $g(x) = ax + b$ Eldesi (Dönüşüm Adımları)

Eğim katsayısı $(a = 2)$ ile dikleşme ve sabit terim $(b = -4)$ ile dikey öteleme



Sınıf Dijital

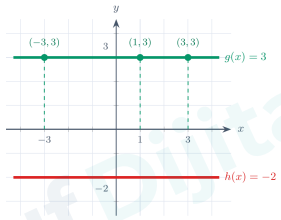
Bölüm 2 — İşaret Tablosu, Sabit ve Parçalı Doğrusal Şemalar

Fonksiyon Türü	Eğim (a)	Artanlık / Bire Birlik	Sıfırı ve İşaret Geçişi ($n = -b/a$)
$g(x) = ax + b\,(a > 0)$	Pozitif ($a > 0$)	Daima Artan • Bire Bir	$(-\infty, n)$'de $(-)$, (n, ∞)'da $(+)$
$g(x) = ax + b\,(a < 0)$	Negatif ($a < 0$)	Daima Azalan • Bire Bir	$(-\infty, n)$'de $(+)$, (n, ∞)'da $(-)$
$g(x) = k\,(k \neq 0)$	Sıfır ($a = 0$)	Sabit • Bire Bir Değil	Sıfırı yoktur • İşareti hep k ile aynı

Sabit Fonksiyon Grafiği: $g(x) = k$ ve Nitel Özellikleri

x eksenine paralel doğru modeli, sıfır eğim ($m = 0$) ve bire bir olmama durumu

1. Yatay Doğru Modelleri ($g(x) = 3$ ve $h(x) = -2$)



2. Sabit Fonksiyonun Nitelikleri

1. Pozitif Sabit Model ($g(x) = 3$):
- **Kural:** $\forall x \in \mathbb{R} \implies g(x) = 3$
- **Eğim:** $m = 0$ (x eksenine paralel yatay doğru)
- **Görüntü Kümesi:** $G_g = \{3\}$ (Tek elemanlı)
- **İşaret ve Sıfır:** Her yerde pozitif ($g(x) > 0$), sıfırı yoktur ($G_g \cap \{0\} = \varnothing$).

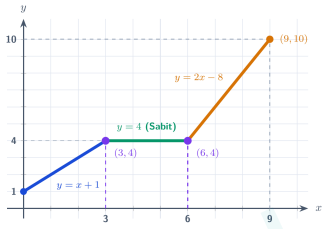
2. Negatif Sabit Model ($h(x) = -2$):
- **Kural:** $\forall x \in \mathbb{R} \implies h(x) = -2$
- **Eğim:** $m = 0$ (Yatay doğru)
- **Görüntü Kümesi:** $G_h = \{-2\}$
- **İşaret ve Sıfır:** Her yerde negatif ($h(x) < 0$), sıfırı yoktur.

3. Değişim, Bire Birlik ve $k = 0$ Özel Durumu:
- **Sabitlik ve Bire Birlik:** Artan veya azalan değildir; $g(-3) = g(1) = g(3) = 3$ olduğundan **bire bir değildir**.
- $k = 0$ **Durumu:** $g(x) = 0$ sabit fonksiyonunun sıfırı tüm $\mathbb{R}$ kümesidir ve işareti yoktur.

Parçalı Doğrusal Fonksiyon Grafiği (Kritik Noktalar ve Eğim Değişimleri)

Alt aralıklarda farklı kurallarla tanımlanan kopukluk içermeyen parçalı doğrusal model

1. Parçalı Fonksiyon Grafiği ($f : [0, 9] \to [1, 10]$)



2. Parçalı Fonksiyon Analizi

Cebirsel Kural:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & 0 \leq x < 3 \\ 4, & 3 \leq x < 6 \\ 2x - 8, & 6 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

Alt Aralıklarda Eğim (m):
- $[0, 3)$ aralığında $m_1 = 1 > 0$ (Artan)
- $[3, 6)$ aralığında $m_2 = 0$ (Yatay doğru, sabit)
- $[6, 9]$ aralığında $m_3 = 2 > m_1$ (Daha dik eğim, hızlı artan)

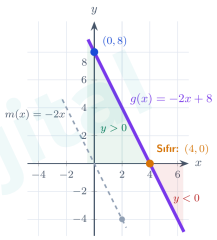
Kritik (Kırılma) Noktaları ($x = 3,\ 6$):
- $x = 3$'te: $3 + 1 = 4$ ve $f(3) = 4$ (Kopukluk yok)
- $x = 6$'da: $4 = 2(6) - 8 = 4$ (Kopukluk yok)
- Parçalar uç noktalarda aynı değeri alarak kesintisiz birleşir.

Kümeler ve Uç Değerler:
- **Tanım Kümesi:** $A = [0, 9]$
- **Görüntü Kümesi:** $f(A) = [1, 10]$
- Minimum değer: 1, Maksimum değer: 10

$g(x) = -2x + 8$ Doğrusunun Nitel Analizi ve İşaret Bölgeleri

Negatif eğimli ($a = -2 < 0$) azalan doğrusal fonksiyonda sıfır ve işaret değişimi

1. Grafik ve İşaret Bölgeleri



2. İşaret Tablosu ve Nitelikler

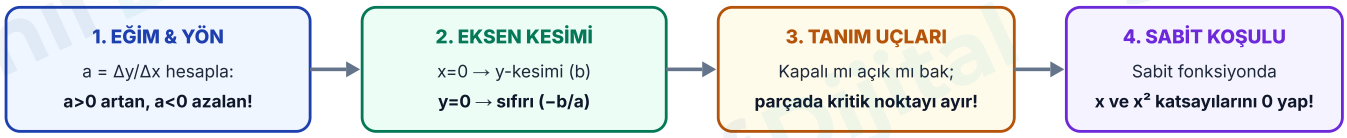
x	$-\infty$		4		$+\infty$
$g(x)$	$+$		0		$-$

Nitel Değerlendirme:
- **Eğim ve Değişim:** $a = -2 < 0$ olduğundan fonksiyon daima azalandır.
- **Sıfırı (Kök):** $g(x) = 0 \implies -2x + 8 = 0 \implies x_0 = 4$ noktasında x eksenini keser.
- **Pozitif Bölge ($y > 0$):** $x \in (-\infty, 4)$ için $g(x) > 0$ olup grafik x ekseninin üstündedir.
- **Negatif Bölge ($y < 0$):** $x \in (4, \infty)$ için $g(x) < 0$ olup grafik x ekseninin altındadır.
- **Bire Birlik:** Eğimi sıfırdan farklı ($a \neq 0$) olduğu için g fonksiyonu **bire birdir**.

Bölüm 3 — Kavram Yanılgısı Radarı (❌ Tuzak vs ✅ Doğru)

❌ Yanlış	✅ Doğru
❌ **Yanlış:** $g(x) = x - 3$ doğrusu $(-\infty, 3)$'te negatif olduğu için azalandır.	✅ **Doğru:** Eğimi $+1 > 0$ olduğundan her yerde **artandır**; negatiflik x ekseni altında kalmaktır!
❌ **Yanlış:** $f(x-2)$ grafiği 2 birim **sola** öteler.	✅ **Doğru:** $x - r$ grafiği r birim **sağa**, $x + r$ ise r birim **sola** öteler!
❌ **Yanlış:** Sabit fonksiyon $g(x) = 4$ bire bir bir fonksiyondur.	✅ **Doğru:** Yatay doğru testi grafiğin tamamıyla çakışır; sabit fonksiyon bire bir değildir!
❌ **Yanlış:** $f : (1,5) \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x$ fonksiyonunun maksimum değeri 10'dur.	✅ **Doğru:** 5 tanım kümesine dâhil olmadığından maksimumu yoktur; kapalı $[1,5]$ gerekir!

Bölüm 4 — Stratejik Karar Akışı: "Soruda Nereden Başlanır?"



Bölüm 5 — Hemen Dene! (4 Hızlı Pekiştirme Mikro-Sorusu)

1. $f(2) = 9$ ve $f(5) = 21$ ise doğrusal $f(x)$'i bulunuz. **2.** $g(x) = (m-4)x + 3m$ sabit ise $g(7)$ kaçtır?

3. $f : [-1, 3) \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 5$ ise görüntü kümesi nedir? **4.** $h(x) = -5x + 15$ kaç için pozitiftir?

Hemen Dene Cevapları: 1) $4x + 1$ 2) $m = 4 \implies 12$ 3) $[-7, 1)$ 4) $(-\infty, 3)$