4.4. Tales, Öklid ve Pisagor Teoremleri

9. SINIF MATEMATİK | MAARİF MODELİ UYUMLU | Hızlı Hatırlama • MAT.9.4.4

Daha fazla soru ve konu anlatımı için
www.sinifdijital.com

Temel Orantı • Tales & Kelebek • Öklid (Dikten Dik) • Pisagor ve Dar/Geniş Açı Eşitsizlikleri

Bölüm 1 — Paralel Orantı, Öklid ve Pisagor Haritası

1. Temel Orantı, Tales, Kelebek

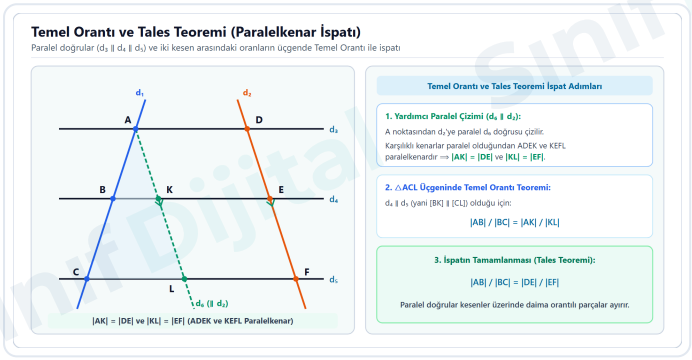
- **Temel Orantı:** $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|}$ (yanlar!).
- **Tales:** $\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|EF|}$.
- **Kelebek:** $\frac{|AE|}{|ED|} = \frac{|BE|}{|EC|} = \frac{|AB|}{|CD|}$.

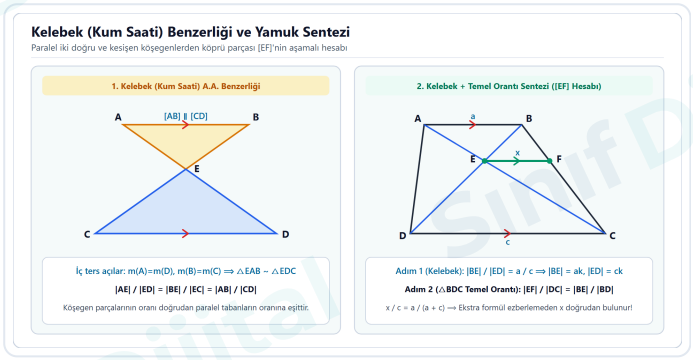
2. Öklid ("Dikten Dik"!)

- **Yükseklik:** $h^2 = p \cdot k$
- **Dik Kenarlar:** $c^2 = p \cdot a,\ b^2 = k \cdot a$
- **Alan Bağıntısı:** $b \cdot c = a \cdot h$
- Şart: $m(\widehat{A}) = 90°$ ve $[AH] \perp [BC]$.

3. Pisagor ve Açı Sınırları

- **Dik ($90°$):** $a^2 = b^2 + c^2$ (3-4-5, 5-12-13, 8-15-17).
- **Geniş ($> 90°$):** $\sqrt{b^2 + c^2} < a < b + c$
- **Dar ($< 90°$):** $|b - c| < a < \sqrt{b^2 + c^2}$





Bölüm 2 — Öklid Bağıntıları Haritası ve Pisagor Eşitsizliği Modeli

Öklid'de Doğru Çarpımı Seçme Kuralı

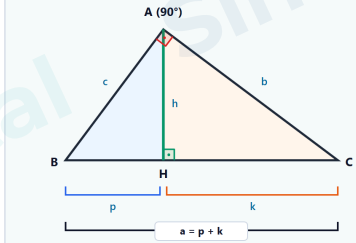
Hangi dik kenarın karesini (b^2 veya c^2) yazıyorsan, **kendi tarafındaki yakın parça** ile **tüm hipotenüsü (a)** çarp! Yüksekliğin karesinde ise sağ ve sol parçaları ($p \cdot k$) çarp!

Yamukta Kelebek + Temel Orantı Sentezi

$[AB] \parallel [EF] \parallel [DC]$ verildiğinde formül ezberleme: önce kelebekten köşegen bölme oranını ($k : mk$) bul, sonra üçgende Temel Orantı ile $[EF]$'yi doğrudan çöz!

Öklid Teoremi (Dik Üçgende Metrik Bağıntılar)

Benzer dik üçgenlerden (△HBA ~ △HAC ~ △ABC) elde edilen 4 temel Öklid bağıntısı



4 Temel Öklid Bağıntısı ("Dikten Dik İndirme")

1. Yükseklik Bağıntısı (△HBA ~ △HAC):
$h^2 = p \cdot k$

2. Sol Dik Kenar Bağıntısı (△HBA ~ △ABC):
$c^2 = p \cdot a = p \cdot (p + k)$

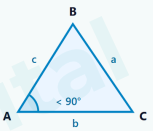
3. Sağ Dik Kenar Bağıntısı (△HAC ~ △ABC):
$b^2 = k \cdot a = k \cdot (p + k)$

4. Alan Bağıntısı (Dik Kenarlar = Taban × Yükseklik):
$a \cdot h = b \cdot c$
Şart: Hem tepe açısı (A) 90° olmalı hem [AH] ⊥ [BC] inmelidir.

Pisagor Teoremi ve Açı-Kenar Eşitsizlikleri

Dik üçgen sınırına ($a^2 = b^2 + c^2$) göre dar ve geniş açılı üçgenlerde kenar değer aralıkları

1. Dar Açı (m(A) < 90°)

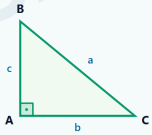


$a^2 < b^2 + c^2$

$|b - c| < a < \sqrt{(b^2 + c^2)}$

Üçgen eşitsizliği alt sınırı mutlaka korunur.

2. Dik Açı (m(A) = 90°)

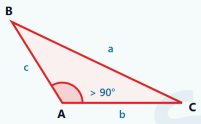


$a^2 = b^2 + c^2$

$a = \sqrt{(b^2 + c^2)}$

Öklid ispatı: $b^2+c^2 = ka+pa = a(k+p) = a^2$.

3. Geniş Açı (m(A) > 90°)



$a^2 > b^2 + c^2$

$\sqrt{(b^2 + c^2)} < a < b + c$

Üçgen eşitsizliği üst sınırı (b+c) mutlaka eklenir!

Bölüm 3 — Kavram Yanılgısı Radarı (❌ Tuzak vs ✅ Doğru)

❌ Yanlış	✅ Doğru
Taban oranı $[DE] \parallel [BC]$ iken $\frac{\lvert DE\rvert}{\lvert BC\rvert} = \frac{\lvert AD\rvert}{\lvert DB\rvert}$ olarak alınır.	$\lvert AD\rvert/\lvert DB\rvert = \lvert AE\rvert/\lvert EC\rvert$ sadece **yan kenarlar** içindir; tabanlar için **tam kenar** ($\lvert AB\rvert$) alınır!
Bir üçgende sadece $[AH] \perp [BC]$ indirmek Öklid uygulamak için yeterlidir.	**Doğru:** Tepe açısı mutlaka 90° olmalıdır ("**Dikten Dik**" şartı)!
Geniş açılı üçgende sadece $a > \sqrt{b^2 + c^2}$ yazmak yeterlidir.	**Doğru:** Üst sınır olan **üçgen eşitsizliğini** ($a < b + c$) mutlaka birlikte kur!
Yamukta ortadaki $[EF]$ kesin tabanların aritmetik ortalamasıdır.	**Doğru:** Köşegenlerin kesişiminden geçen $[EF]$ **kelebek + temel orantı** ile bulunur (aritmetik orta değildir)!

Bölüm 4 — Stratejik Karar Akışı: "Hangi Teorem?"

1. PARALEL DOĞRULAR
Yan parça → **Tales / Temel O.**;
Kum saati → **Kelebek kur!**

➔

2. DİKTEN DİK VAR MI?
90° + dikme → **Öklid** ($h^2 = p \cdot k$, $c^2 = p \cdot a, b \cdot c = a \cdot h$)!

➔

3. TEK DİK ÜÇGEN
$a^2 = b^2 + c^2$ + özel üçgen (**3-4-5, 5-12-13**, $k, 2k, k\sqrt{5}$)!

➔

4. DAR / GENİŞ AÇI
$\lvert b - c\rvert$ ve $b + c$ yanına $\sqrt{b^2 + c^2}$ **sınırını ekle!**

Bölüm 5 — Hemen Dene! (4 Hızlı Pekiştirme Mikro-Sorusu)

1. $[DE] \parallel [BC], \lvert AD\rvert = 4, \lvert DB\rvert = 6, \lvert AE\rvert = 6$ ise $\lvert EC\rvert$ kaçtır? **2.** 90° köşeden dikme inip $p = 2, k = 8$ ayırıyorsa h kaçtır?

3. Dik kenarları 6 ve 12 olan dik üçgenin hipotenüsü kaçtır? **4.** $6, 8, x$ üçgeninde $m(\hat{A}) > 90^\circ$ ise en küçük tam sayı x kaçtır?

Hemen Dene Cevapları: 1) 9 2) $\sqrt{16} = 4$ 3) $6\sqrt{5}$ 4) $x = 11$