1.1. Dik Üçgende Trigonometrik Oranlar ve Özdeşlikler

10. SINIF MATEMATİK | MAARİF MODELİ UYUMLU | Hızlı Hatırlama • MAT.10.1.1

Daha fazla soru ve konu anlatımı için
www.sinifdijital.com

Dört Temel Oran • Pisagor Özdeşliği • Tümler Açılar • $30^\circ - 45^\circ - 60^\circ$ Üçgenleri • II. Bölge Bütünler Açı İndirgemesi

Bölüm 1 — Dik Üçgende Dört Oran ve Temel Özdeşlikler

1. Dört Trigonometrik Oran

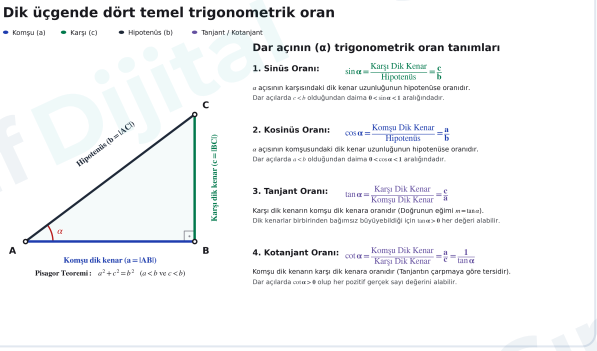
- $\sin\alpha = \dfrac{\text{Karşı}}{\text{Hipotenüs}}$, $\cos\alpha = \dfrac{\text{Komşu}}{\text{Hipotenüs}}$
- $\tan\alpha = \dfrac{\text{Karşı}}{\text{Komşu}}$, $\cot\alpha = \dfrac{\text{Komşu}}{\text{Karşı}}$
- **Ölçek değişmezliği:** Üçgen büyüse de açı sabitken oranlar değişmez!

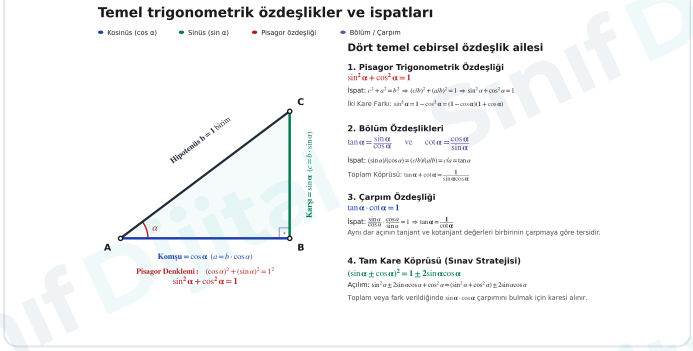
2. Temel Özdeşlikler

- **Pisagor:** $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- **Bölüm:** $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$
- **Çarpım:** $\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$

3. Tümler Açılar ($\alpha + \beta = 90^\circ$)

- $\sin\alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$
- $\cos\alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$
- $\tan\alpha = \cot(90^\circ - \alpha)$





Sınıf Dijital

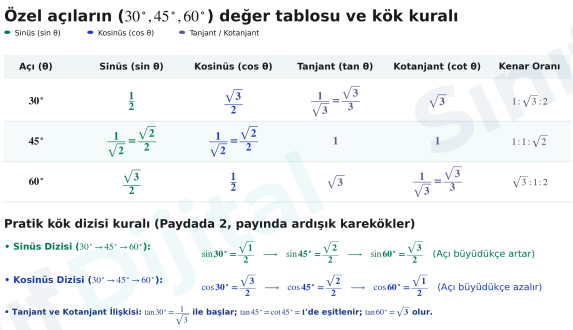
Bölüm 2 — Özel Açılar ($30°, 45°, 60°$), Birim Çember ve II. Bölge İndirgemesi

$30°$–$45°$–$60°$ ve Pratik $\frac{\sqrt{n}}{2}$ Kuralı

- $30°$: $\sin 30° = \frac{1}{2}, \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$
- $45°$: $\sin 45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}, \tan 45° = \cot 45° = 1$
- $60°$: $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 60° = \frac{1}{2}, \tan 60° = \sqrt{3}$

Birim Çember & Bütünler Açılar ($90° < \theta < 180°$)

- Koordinatlar: $P(\theta) = (\cos\theta, \sin\theta)$ ve $x^2 + y^2 = 1$.
- II. bölgede $y > 0, x < 0$: $\sin(\mathbf{180°} - \alpha) = +\sin\alpha$
- $\cos(\mathbf{180°} - \alpha) = -\cos\alpha,\ \tan(\mathbf{180°} - \alpha) = -\tan\alpha$



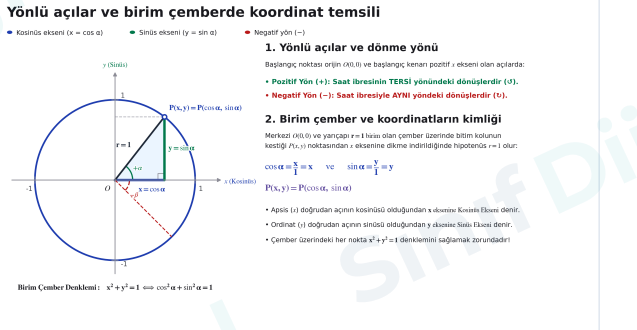
Özel açıların ($30°, 45°, 60°$) değer tablosu ve kök kuralı

Sinüs (sin θ) • Kosinüs (cos θ) • Tanjant / Kotanjant

Açı (θ)	Sinüs (sin θ)	Kosinüs (cos θ)	Tanjant (tan θ)	Kotanjant (cot θ)	Kenar Oranı
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$1 : \sqrt{3} : 2$
45°	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$1 : 1 : \sqrt{2}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3} : 1 : 2$

Pratik kök dizisi kuralı (Paydada 2, payında ardışık karekökler)

- **Sinüs Dizisi** ($30° \to 45° \to 60°$): $\sin 30° = \frac{\sqrt{1}}{2} \longrightarrow \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (Açı büyüdükçe artar)
- **Kosinüs Dizisi** ($30° \to 45° \to 60°$): $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \longrightarrow \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow \cos 60° = \frac{\sqrt{1}}{2}$ (Açı büyüdükçe azalır)
- **Tanjant ve Kotanjant İlişkisi:** $\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$ **ile başlar;** $\tan 45° = \cot 45° = 1$**'de eşitlenir;** $\tan 60° = \sqrt{3}$ **olur.**



Yönlü açılar ve birim çemberde koordinat temsili

Kosinüs ekseni (x = cos α) • Sinüs ekseni (y = sin α) • Negatif yön (−)

1. Yönlü açılar ve dönme yönü

Başlangıç noktası orijin ($O(0,0)$) ve başlangıç kenarı pozitif x ekseni olan açılarda:

- **Pozitif Yön (+): Saat ibresinin TERSİ yönündeki dönüşlerdir (↺).**
- **Negatif Yön (−): Saat ibresiyle AYNI yöndeki dönüşlerdir (↻).**

2. Birim çember ve koordinatların kimliği

Merkezi $O(0,0)$ ve yarıçapı $r = 1$ birim olan çember üzerinde bitim kolunun kestiği $P(x, y)$ noktasından x eksenine dikme indirildiğinde hipotenüs $r = 1$ olur:

$\cos\alpha = \frac{x}{1} = x$ ve $\sin\alpha = \frac{y}{1} = y$

$P(x, y) = P(\cos\alpha, \sin\alpha)$

- Apsis (x) doğrudan açının kosinüsü olduğundan **x eksenine Kosinüs Ekseni** denir.
- Ordinat (y) doğrudan açının sinüsü olduğundan **y eksenine Sinüs Ekseni** denir.
- Çember üzerindeki her nokta $x^2 + y^2 = 1$ denklemini sağlamak zorundadır!

Birim Çember Denklemi: $x^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

Bölüm 3 — Kavram Yanılgısı Radarı (❌ Tuzak vs ✅ Doğru)

❌ **Yanlış:** $(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$ sanılır.	✅ **Doğru:** Tam kare açılımında $+2\sin x \cos x$ orta terimi unutulmaz!
❌ **Yanlış:** Eğim %20 rampa denince hipotenüse bölerek $\sin\alpha = 0{,}20$ alınır.	✅ **Doğru:** Yol eğimi dikey/yatay yani $\tan\alpha$'dır; hipotenüs olan rampa boyu değildir!
❌ **Yanlış:** $\sin 150^\circ$ hesaplarken II. bölgede sin işareti de eksi alınır.	✅ **Doğru:** II. bölgede y ekseni pozitiftir: $\sin 150^\circ = +\sin 30^\circ$; yalnızca cos, tan, cot eksidir!
❌ **Yanlış:** Dikme indirirken $30^\circ, 45^\circ$ veya 60° açısı ikiye bölünür.	✅ **Doğru:** Özel açıların **karşısına** dikme indir; özel açıları asla parçalama!

Bölüm 4 — Stratejik Karar Akışı: "Soruyu Nasıl Çözerim?"

1. ORAN / PİSAGOR
Tek oran varsa
dik üçgen + Pisagor kur!

➔

2. ÖZDEŞLİK & TÜMLER
$\sin^2 + \cos^2 = 1$ ve
$90^\circ - \alpha$ **dönüşümü yap!**

➔

3. ÖZEL AÇI DİKMESİ
$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ varsa
karşısına dikme in!

➔

4. GENİŞ AÇI $(180^\circ - \alpha)$
II. bölgede sin (+),
cos, tan, cot **(−) al!**

Bölüm 5 — Hemen Dene! (4 Hızlı Pekiştirme Mikro-Sorusu)

1. $\cos\alpha = \frac{5}{13}$ $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$ ise $\tan\alpha$ kaçtır? **2.** $\sin 68^\circ \cdot \frac{1}{\cos 22^\circ} + \tan 45^\circ$ işleminin sonucu kaçtır?

3. $\cos 150^\circ + \sin 120^\circ$ işleminin sonucu kaçtır? **4.** $\sin x - \cos x = \frac{1}{5}$ ise $\sin x \cdot \cos x$ değeri kaçtır?

Hemen Dene Cevapları: 1) $\frac{12}{5}$ 2) 2 3) 0 4) $\frac{12}{25}$