Sinüs Teoremi & Çevrel Çember ($2R$) • Kosinüs Teoremi & Pisagor Bağıntısı • Açı Türü Testi • Kirişler Dörtgeni

Bölüm 1 — İki Büyük Teorem ve Açı Sınıflandırması

1. Sinüs Teoremi & $2R$

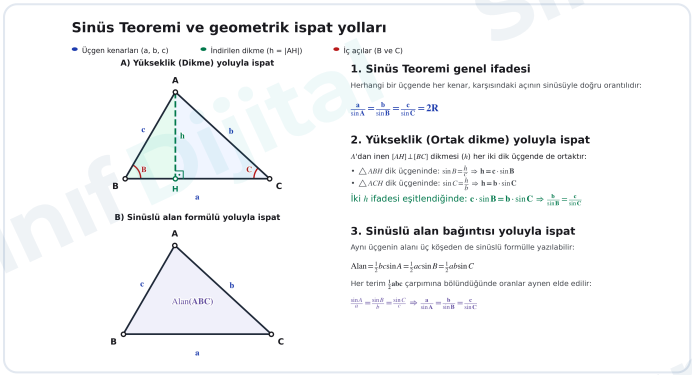
- $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = \mathbf{2R}$
- **Çevre Oranı:** $\dfrac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} = 2R$
- **Alan Bağıntısı:** $\text{Alan} = \dfrac{abc}{4R}$!

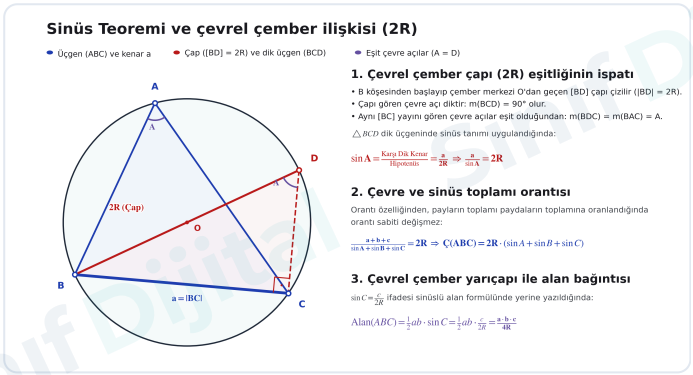
2. Kosinüs Teoremi

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$
- $A = 90°$: $\cos 90° = 0 \implies$ Pisagor!

3. Açı Testi & Kirişler

- $c^2 < a^2 + b^2 \implies$ **Dar açı** $(\cos C > 0)$
- $c^2 = a^2 + b^2 \implies$ **Dik açı** $(\cos C = 0)$
- $c^2 > a^2 + b^2 \implies$ **Geniş açı** $(\cos C < 0)$
- **Kirişler Dörtgeni:** $\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$!





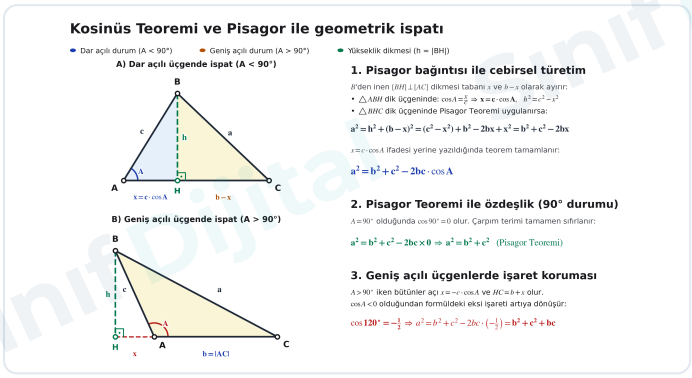
Bölüm 2 — Kosinüs Teoreminin Pisagor İspatı ve Kenar–Açı Durumları

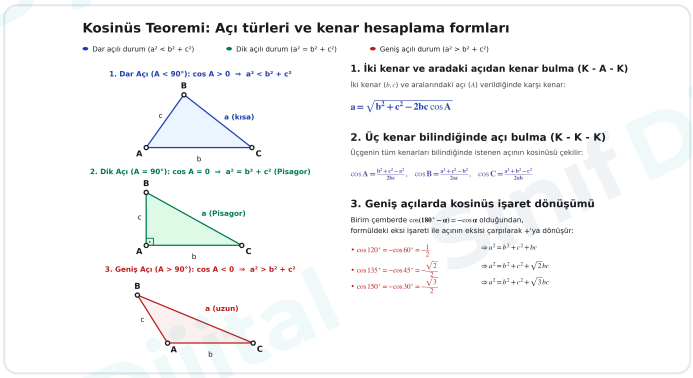
Geniş Açı Kosinüs Değerleri (İşaret Uyarısı!)

- $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2},\ \cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2},\ \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Geniş açıda $-2bc\cos A$ terimi eksi × eksi = + işaretli olur; bu yüzden $a^2 > b^2 + c^2$ çıkar!

Ortak Açı & Kirişler Dörtgeni Ortak Köşegeni

- Ortak açılı iki üçgende önce küçük üçgenden $\cos\theta$ bulunur, sonra büyük üçgende kenar hesaplanır.
- Kirişler dörtgeninde karşılıklı açılar $B + D = 180^\circ$ olduğundan ortak köşegen AC^2 iki kez yazılıp $\cos D = -\cos B$ ile eşitlenir.





Bölüm 3 — Kavram Yanılgısı Radarı (❌ Tuzak vs ✅ Doğru)

❌ Yanlış	✅ Doğru
Geniş açıda (ör. 120°) $\cos 120^\circ = +\frac{1}{2}$ alınarak çıkarma devam ettirilir.	**Doğru:** Geniş açıda kosinüs **negatiftir** ($\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$); dolayısıyla $-2bc\cos A$ **toplamaya** dönüşür!
$\frac{a}{\sin A} = R$ yazılır; 2 çarpanı (çap) unutulur.	**Doğru:** Sinüs teoremi sabiti yarıçap değil **çaptır**: $\frac{a}{\sin A} = \mathbf{2R}$!
K-K-K (üç kenar) verilince açıyı bulmak için Sinüs Teoremi aranır.	**Doğru:** Hiç açı yoksa önce **Kosinüs Teoremi** ile açıyı bul, gerekirse sonra Sinüse geç!
Kirişler dörtgeninde karşı açılar eşit sanılıp $\cos D = +\cos B$ yazılır.	**Doğru:** Kirişler dörtgeninde $B + D = 180^\circ$ (bütünler) olduğundan $\cos D = -\cos B$ olur!

Bölüm 4 — Stratejik Karar Akışı: "Sinüs mü, Kosinüs mü?"

1. AÇI–KENAR ÇİFTİ?
A-K-A veya R varsa
Sinüs Teoremi ($2R$) kur!

➔

2. K-A-K VEYA K-K-K?
İki kenar+aradaki açı veya 3 kenar
Kosinüs Teoremi kur!

➔

3. GENİŞ AÇI İŞARETİ
$90^\circ < \theta < 180^\circ$ ise
$\cos\theta < 0$ **al,** $\sin\theta > 0$!

➔

4. İKİ ÜÇGEN / DÖRTGEN
Ortak açıyı veya AC^2'yi
$\cos D = -\cos B$ **ile bağla!**

Bölüm 5 — Hemen Dene! (4 Hızlı Pekiştirme Mikro-Sorusu)

1. $m(\hat{A}) = 30^\circ$ karşısındaki $a = 7$ cm ise çevrel çember yarıçapı R kaç cm'dir? **2.** $b = 4, c = 5, m(\hat{A}) = 60^\circ$ ise a kaç cm'dir?

3. $a = 3, b = 5, m(\widehat{C}) = 120^\circ$ ise c kaç cm'dir? **4.** Kenarları $4, 7, 9$ olan üçgen dar, dik veya geniş açılıdan hangisidir?

Hemen Dene Cevapları: 1) 7 cm 2) $\sqrt{21}$ cm 3) 7 cm 4) Geniş açılı ($81 > 65$)