3.1. Bir Doğal Sayının Asal Çarpanları ve Bölenleri

10. SINIF MATEMATİK | MAARİF MODELİ UYUMLU | Hızlı Hatırlama • MAT.10.3.1

Daha fazla soru ve konu anlatımı için
www.sinifdijital.com

Kanonik Form • Pozitif Bölen Sayısı (PBS) • Çift/Tek ve Asal Olmayan Bölenler • Tam Kare (p^{2k}) • Alan-Çevre Optimizasyonu

Bölüm 1 — Aritmetiğin Temel Teoremi, PBS Formülü ve Koşullu Bölenler

1. Kanonik Form & PBS

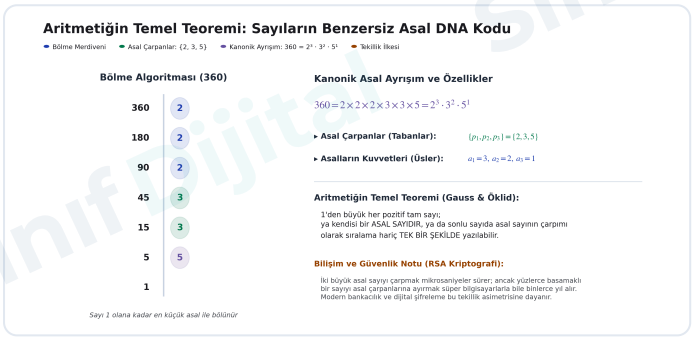
- $A = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \cdots p_k^{a_k}$
- $\text{PBS} = (\mathbf{a_1}+\mathbf{1}) \cdots (\mathbf{a_k}+\mathbf{1})$
- **TBS:** $2 \times \text{PBS}$

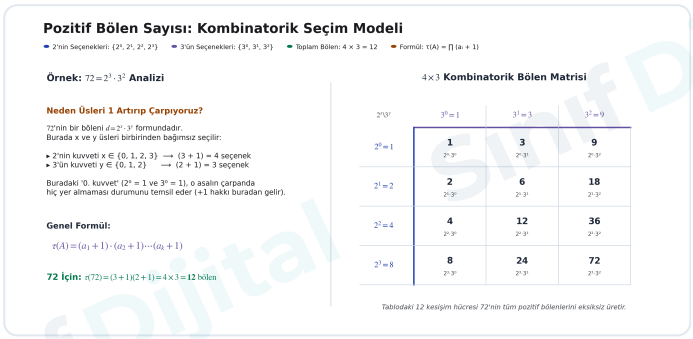
2. Koşullu Bölen Kümeleri

- **Asal Olmayan PBS:** $\text{PBS} - k$ (k farklı asal).
- **Tek PBS:** 2'nin kuvvetini at, kalanı say.
- **m'nin Katı:** $A = m \cdot (K) \implies \text{PBS}(K)$.

3. Özel Sayılar & Çevre

- **Asal Karesi (p^2):** Tam 3 bölen!
- **Tam Kare:** $\text{PBS} =$ **TEK sayı**!
- **Min Çevre:** En yakın kenarlar (a, b).





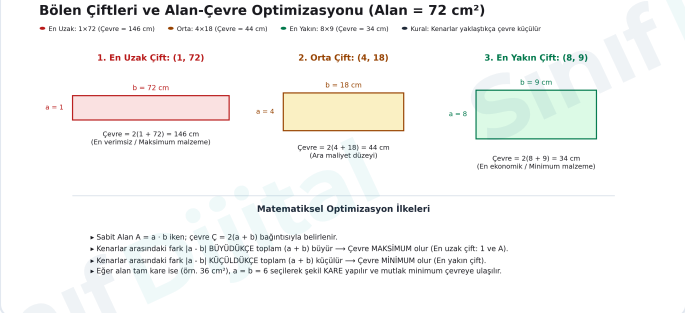
Bölüm 2 — Özel Sayı Tipleri ve Alan-Çevre Optimizasyonu

Tam Karelerin Tek Bölen Sayısı ve Öklid-Euler

Tam karelerde tüm asal çarpan üsleri çift $(2k)$ olduğundan $(2k+1)$ tek sayılarının çarpımı yine **tek sayı** çıkar; $\sqrt{N}$ ortada kendiyle eşleşir. p ve (2^p-1) asalken $2^{p-1}(2^p-1)$ $(6, 28, 496)$ mükemmel sayıları verir.

Sabit Alanlı Dikdörtgenlerde Çevre Optimizasyonu

Alan $A = a \cdot b$ sabitken çevre $2(a+b)$ değerini **en küçük** yapmak için A'nın gökkuşağı bölen çiftlerinden birbirine en yakın olanlar seçilir; tam kareyse kare $(a = b = \sqrt{A})$ minimum çevreyi verir.





Bölüm 3 — Kavram Yanılgısı Radarı (❌ Tuzak vs ✅ Doğru)

❌ Yanlış	✅ Doğru
Asal olmayan pozitif bölen sayısında hem asallar hem de 1 sayısı çıkarılır.	**Doğru:** 1 asal değildir; yalnızca farklı asallar (k adet) çıkarılır: $\text{PBS} - k$!
Çift bölen sayısı bulunurken 2'nin üssü de $+1$ artırılarak sayılır.	**Doğru:** Çift bölende en az bir 2 çarpanı şarttır (2^0 alınamaz); 2'nin üssü a doğrudan çarpılır veya $\text{PBS} - \text{Tek}$ yapılır!
$A = 12 \cdot 15^n$ gibi ifadelerde taban asal değilken doğrudan $(n+1)$ yazılır.	**Doğru:** Bölen formülü uygulanmadan önce tabanların tümü **asal tabana** $(2, 3, 5)$ dönüştürülmelidir!
48 sayısı için en küçük çevre $(1, 48)$ çifti seçilir sanılır.	**Doğru:** $(1, A)$ **en büyük çevreyi** verir; en küçük çevre için çarpanlar birbirine **en yakın** seçilir!

Bölüm 4 — Stratejik Karar Akışı: "Bölen Problemini Nasıl Çözerim?"

1. KANONİK AYRIM
Tüm bileşik tabanları **asal kuvvetlere çevir!**

➔

2. TEMEL FORMÜL
Üsleri $+1$ artırıp çarp; **TBS için 2 ile çarp!**

➔

3. KOŞUL FİLTRESİ
Tek $\rightarrow 2^a$'yı at; m katı $\rightarrow$ **m'yi dışarı çekip say!**

➔

4. ÖZEL DURUM
PBS=3 $\rightarrow p^2$; Tek PBS $\rightarrow k^2$; **min çevre $\rightarrow$ yakın çift!**

Bölüm 5 — Hemen Dene! (4 Hızlı Pekiştirme Mikro-Sorusu)

1. $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1$ sayısının pozitif tam sayı bölen sayısı kaçtır? **2.** 180'in asal olmayan pozitif bölen sayısı kaçtır?

3. 180'in tek pozitif tam sayı bölen sayısı kaçtır? **4.** Alanı $36\ \text{cm}^2$ tam sayı kenarlı dikdörtgenin çevresi en az kaç cm'dir?

Hemen Dene Cevapları: 1) 18 2) 15 3) 6 4) $24\ \text{cm}$