4.4. Rasyonel Fonksiyon ve Nitel Özellikleri

10. SINIF MATEMATİK | MAARİF MODELİ UYUMLU | Hızlı Hatırlama • MAT.10.4.4

Daha fazla soru ve konu anlatımı için
www.sinifdijital.com

Referans $\frac{1}{x}$ (Eşkenar Hiperbol) • Asimptotlar ($x = r, y = k$) • Simetri Merkezi $M(r, k)$ • Parçalı Monotonluk • || Tablosu

Bölüm 1 — Referans $\frac{1}{x}$, Ötelemeler ve Asimptot Geometrisi

1. Referans $f(x) = \frac{1}{x}$

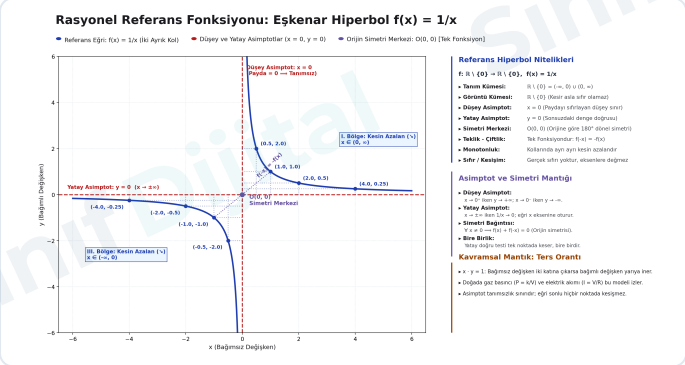
- Tanım/Görüntü: $\mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- Tek fonksiyon ($y = 0, x = 0$ asimptot).
- **Sıfırı yok;** eksenleri hiç kesmez!

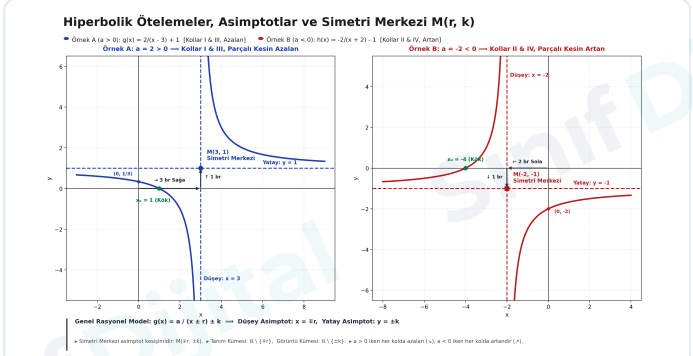
2. Genel Form $\frac{a}{x-r} + k$

- **Düşey Asimptot:** $x = r$ (Tanım $\setminus \{r\}$).
- **Yatay Asimptot:** $y = k$ (Görüntü $\setminus \{k\}$).
- **Simetri Merkezi:** $\mathbf{M(r, k)}$.

3. Katsayı a ve Kolların Yönü

- $a > 0$: I–III. bölge, kollarda **azalan**.
- $a < 0$: II–IV. bölge, kollarda **artan**.
- $\mathbf{g(r - h) + g(r + h) = 2k}$.





Sınıf Dijital

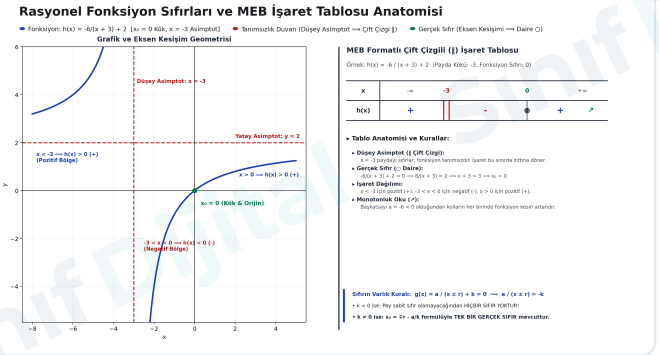
Bölüm 2 — İşaret Tablosu (||) ve Bütüncül Azalanlık Tuzağı

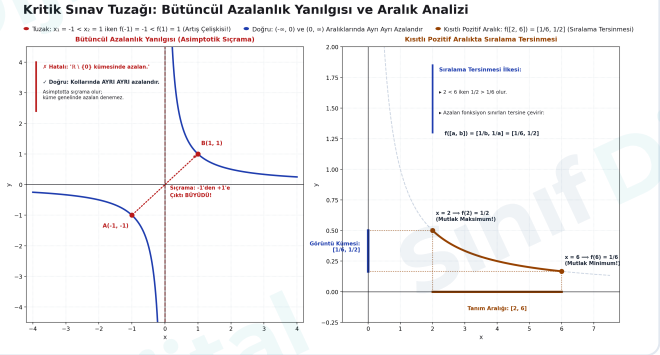
Sıfır Varlığı ve MEB Çift Çizgili (||) İşaret Tablosu

$k = 0$ ise gerçek sıfır yoktur; $k \neq 0$ iken tek sıfır $x_0 = r - \frac{a}{k}$ bulunur. İşaret tablosunda payı sıfırlayan köke ○/●, paydayı sıfırlayan **düşey asimptota çift çizgi (||)** konur; asimptot çözüme **asla dahil edilmez**!

Parçalı Monotonluk ve Kısıtlı Aralık Tersinmesi

$-1 < 1$ iken $\frac{1}{-1} < \frac{1}{1}$ olduğundan $\frac{1}{x}$ tüm $\mathbb{R} \setminus \{0\}$'da değil, $(-\infty, r)$ **ve** (r, ∞) **kollarında ayrı ayrı** monotondur. $a > 0$ iken $[c, d]$ pozitif aralığında görüntü $[f(d), f(c)]$ olarak ters döner!





Bölüm 3 — Kavram Yanılgısı Radarı (❌ Tuzak vs ✅ Doğru)

❌ **Yanlış:** $f(x) = \frac{1}{x}$ fonksiyonu tüm tanım kümesinde daima azalandır.	✅ **Doğru:** $(-\infty, 0)$ ve $(0, \infty)$ kollarında **ayrı ayrı parçalı azalandır** $(-1 < 1 \implies f(-1) < f(1))$!
❌ **Yanlış:** $\frac{6}{x-1} - 3 \geq 0$ eşitsizliğinde payda kökü $x = 1$ de çözüme dahil edilir.	✅ **Doğru:** Paydayı sıfır yapan asimptot (‖) daima **açık bırakılır** (tanımsızdır)!
❌ **Yanlış:** $f(x) = \frac{2}{x} + 3$ için $[1, 2]$ aralığının görüntüsü $[f(1), f(2)] = [5, 4]$'tür.	✅ **Doğru:** Azalan aralıkta uçlar yer değiştirir ve aralık küçükten büyüğe yazılır: $[4, 5]$!
❌ **Yanlış:** $g(x) = \frac{7}{x+4} + 2$ fonksiyonunun düşey asimptotu $x = +4$'tür.	✅ **Doğru:** Payda $x + 4 = 0 \implies$ düşey asimptot $x = -4$ doğrusudur!

Bölüm 4 — Stratejik Karar Akışı: "Rasyonel Fonksiyonu Nasıl Analiz Ederim?"

1. ASİMPTOT & MERKEZ
Payda $= 0 \to x = r$;
sabit $\to y = k$, $M(r, k)$!

➔

2. KATSAYI a İŞARETİ
$a > 0 \to$ kollarda azalan;
$a < 0 \to$ **kollarda artan!**

➔

3. SIFIR & ‖ TABLO
Paydayı eşitle; asimptota ‖,
pay köküne ○/● koy!

➔

4. ARALIK & SİMETRİ
Tek kolda uçları çevir;
simetrik toplamda $2k$ kullan!

Bölüm 5 — Hemen Dene! (4 Hızlı Pekiştirme Mikro-Sorusu)

1. $g(x) = \dfrac{-3}{x+2} + 5$ hiperbolünün simetri merkezi nedir? **2.** $f(x) = \dfrac{8}{x-3} - 4$ fonksiyonunun sıfırı kaçtır?

3. $f(x) = \dfrac{24}{x}$ için $[3, 8]$ aralığının görüntü kümesi nedir? **4.** $g(x) = \dfrac{5}{x-2} + 6$ için $g(-1) + g(5)$ kaçtır?

Hemen Dene Cevapları: 1) $M(-2, 5)$ 2) $x = 5$ 3) $[3, 8]$ 4) $2 \cdot 6 = 12$