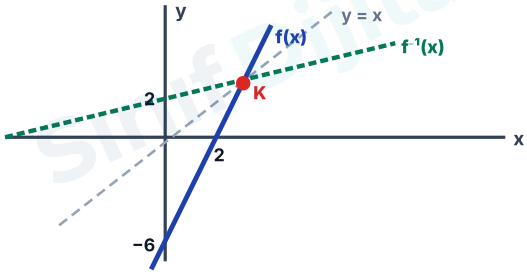
Bölüm I: 6 Adet TYMM Çoktan Seçmeli Soru | Bölüm II: 4 Adet Yapılandırılmış Açık Uçlu Görev ve Tanılayıcı Ağaç

Bölüm I — Çoktan Seçmeli Bağlam Temelli Sorular (Soru 1 – 6)

Soru 1: Ayna Simetrisi Üzerinde Kesişim Noktası

Çoktan Seçmeli

Şekilde $f(x) = 3x - 6$ doğrusal fonksiyonu ile onun $y = x$ doğrusuna göre yansıması olan $f^{-1}(x)$ ters fonksiyonu K noktasında kesişmektedir.



Buna göre, K kesişim noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2, 2)$ **B)** $(-3, -3)$ **C)** $(3, 3)$ **D)** $(6, 6)$ **E)** $(0, 0)$

Soru 2: Kimyasal Sensörde Asimptot ve Simetri Merkezi Takası

Çoktan Seçmeli

Bir akıllı pH sensörünün kalibrasyon modeli bire bir ve örten $f(x) = \dfrac{4x + 5}{2x - 6}$ rasyonel fonksiyonu ile tanımlanmıştır.

Buna göre, kalibrasyonu geri döndüren $f^{-1}(x)$ ters fonksiyonunun simetri merkezi koordinatı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2, 3)$ **B)** $(3, 2)$ **C)** $(-2, 3)$ **D)** $(3, -2)$ **E)** $(4, -6)$

Soru 3: Sol Kolu Kısıtlı Parabolik Yörünge Geri Çözümü

Çoktan Seçmeli

Yalnız sol kolu üzerinde tanımlanan $f : (-\infty, 3] \to [2, \infty)$, $f(x) = (x - 3)^2 + 2$ fonksiyonu için ters okuma yapılmaktadır.

Buna göre, $f^{-1}(18)$ değeri kaçtır?

A) 7 **B)** 4 **C)** 1 **D)** 0 **E)** −1

Soru 4: Karekök Fonksiyonunun Tersi ve Hayalet Kol Sınırı

Çoktan Seçmeli

En geniş aralığında bijeksiyon oluşturan $g : [2, \infty) \to [5, \infty),\ g(x) = 3\sqrt{x-2} + 5$ fonksiyonunun tersi hesaplanacaktır.

Buna göre, $g^{-1}(x)$ ters fonksiyonu geçerli tanım kümesi kısıtlaması ile birlikte aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{(x-5)^2}{9} + 2, \quad x \geq 2$

B) $\frac{(x-5)^2}{9} + 2, \quad x \geq 5$

C) $\frac{(x-5)^2}{3} + 2, \quad x \geq 5$

D) $\frac{(x+5)^2}{9} + 2, \quad x \geq 5$

E) $\frac{(x-5)^2}{9} + 2, \quad x \in \mathbb{R}$

Soru 5: Kesin Artan Fonksiyonda $f(x) = f^{-1}(x)$ Kesişimi

Çoktan Seçmeli

Kısıtlı sağ kolda tanımlı $f : [3, \infty) \to [1, \infty),\ f(x) = (x-3)^2 + 1$ fonksiyonu ile tersi $y = f^{-1}(x)$ grafikleri kesiştirilmektedir.

Buna göre, geçerli tek kesişim noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

A) 4 **B)** 6 **C)** 8 **D)** 10 **E)** 12

Soru 6: Ters Fonksiyon Kuralları Bilgi Denetimi

Çoktan Seçmeli

Dört temel fonksiyon ailesinin ters fonksiyonlarına ait aşağıdaki özet kartlarından biri hatalı bilgi içermektedir.

Buna göre, aşağıdaki kartlardan hangisi yanlıştır?

A) $f(x) = ax + b\,(a \neq 0)$ tersi $f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$'dır.

B) f ve f^{-1} grafikleri $y = x$ doğrusuna göre simetriktir.

C) Karesel fonksiyonların tümü $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$'de terslenebilir.

D) Karekök tersinde $\text{Tanım}(g^{-1}) = \text{Değer}(g)$ sınırı eklenmelidir.

E) Rasyonel $\frac{ax+b}{cx+d}$ tersinde a ile d yer ve işaret değiştirir.

Bölüm II — Yapılandırılmış Açık Uçlu Görevler ve Tanılayıcı Ağaç (Soru 7 – 10)

Soru 7: Dört Fonksiyon Türünde Ters Alma ve Küme Takası Tablosu

Çok Adımlı Açık Uçlu

Bire bir ve örten olarak tanımlanan aşağıdaki dört fonksiyonun terslerini ve küme takaslarını tamamlayınız.

a) Tablodaki boş bırakılan hücreleri uygun değer ve kurallarla doldurunuz.

Verilen $f(x)$ Kuralı	$\text{Tanım}(f)$	$\text{Değer}(f)$	$\text{Tanım}(f^{-1})$	Ters Fonksiyon $f^{-1}(x)$
$f(x) = 3x - 9$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$		
$g(x) = \dfrac{4x+5}{2x-8}$	$\mathbb{R} \setminus \{4\}$			
$h(x) = (x-2)^2 + 4$	$[2, \infty)$		$[4, \infty)$	
$p(x) = \sqrt{x+1} + 3$	$[-1, \infty)$	$[3, \infty)$		

b) g rasyonel fonksiyonu için g ve g^{-1} simetri merkezlerinin $y = x$ doğrusuna göre nasıl yer değiştirdiğini yazınız.

Soru 8: Karekök Tersinde Hayalet Kol Sınırı ve $1/f(x)$ Yanılgısı

Çok Adımlı Açık Uçlu

Ters fonksiyon yazımında yapılan iki yaygın kavramsal hatayı matematiksel kanıtla çürütünüz.

a) $g : [1, \infty) \to [4, \infty),\ g(x) = \sqrt{x-1} + 4$ fonksiyonunun tersi $g^{-1}(x) = (x-4)^2 + 1$ kuralında $x = 0$ değerini kullanmanın neden geçersiz ("hayalet kol") olduğunu $g(17)$ üzerinden gösteriniz.

b) Bir öğrenci $f(x) = 3x - 2$ fonksiyonunun tersini "$f^{-1}(x) = \dfrac{1}{3x-2}$" olarak yazmıştır. Hatayı açıklayıp doğru tersi yazınız.

Soru 9: Kısıtlı Sağ Kol Parabolü Tersi ve $y = x$ Kesişim Teoremi

Çok Adımlı Açık Uçlu

Sağ kolu üzerine tanımlanan $f : [4, \infty) \to [2, \infty),\ f(x) = (x-4)^2 + 2$ karesel fonksiyonu verilmektedir.

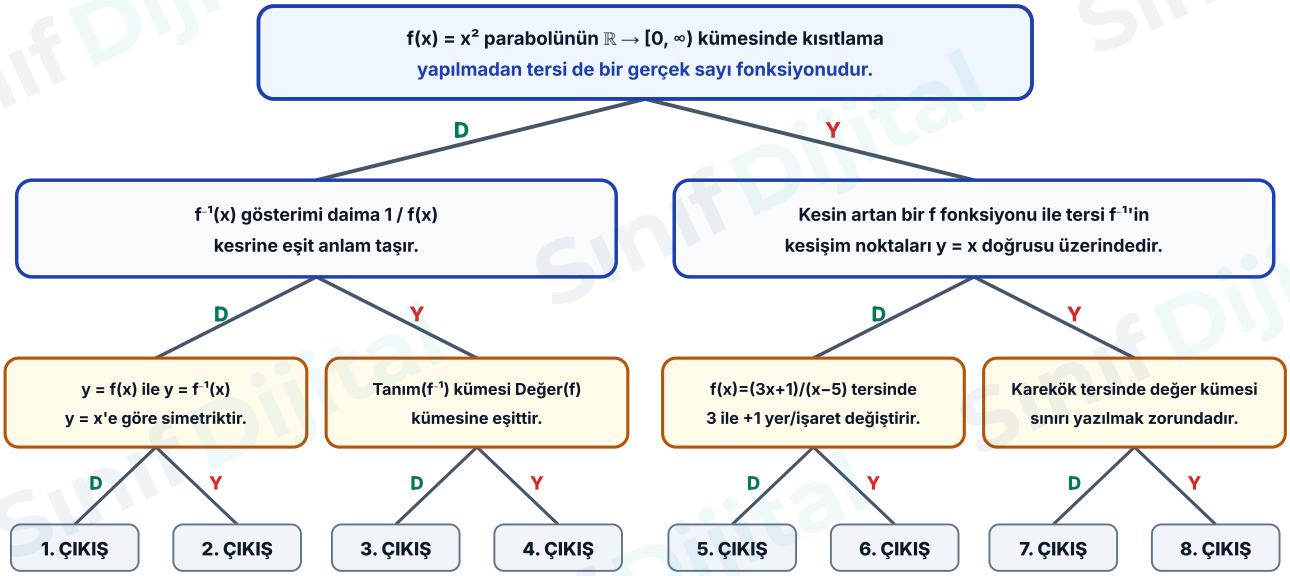
a) Mutlak değer köprüsünü ($\sqrt{u^2} = |u|$) açıkça yazarak $f^{-1}(x)$ kuralını ve tanım kümesini bulunuz.

b) f ile f^{-1} grafiklerinin kesişim noktasını kesin artanlık teoremi ($f(x) = x$) yardımıyla bularak tanım kümesi dışında kalan kökü eleyiniz.

Soru 10: Ters Fonksiyonlar Tanılayıcı Dallanmış Ağacı

8 Çıkışlı D/Y Ağacı

En üstteki ifadeden başlayarak her adımda **Doğru (D)** veya **Yanlış (Y)** kararını veriniz ve okları takip ederek sekiz çıkıştan birine ulaşınız.



a) Tüm adımları doğru değerlendirdiğinizde hangi çıkışa ulaştığınızı yazınız.

b) İzlediğiniz yol boyunca karşılaştığınız yanlış ifadelerden birinin doğrusunu gerekçesiyle yazınız.