# 4.6. Denklem ve Eşitsizlik İçeren Fonksiyon Problemleri

10. SINIF MATEMATİK | MAARİF MODELİ UYUMLU | Hızlı Hatırlama • MAT.10.4.6

Daha fazla soru ve konu anlatımı için
www.sinifdijital.com

Karesel Optimizasyon $(r, k)$ • Kısıtlı Aralık Testi • Başabaş $(R = C)$ • Dikey Açıklık • MEB İşaret Tablosu Protokolü • Tarihsel Cebir

## Bölüm 1 — Optimizasyon, Başabaş Analizi ve İşaret Tablosu Protokolü

### 1. Karesel Optimizasyon

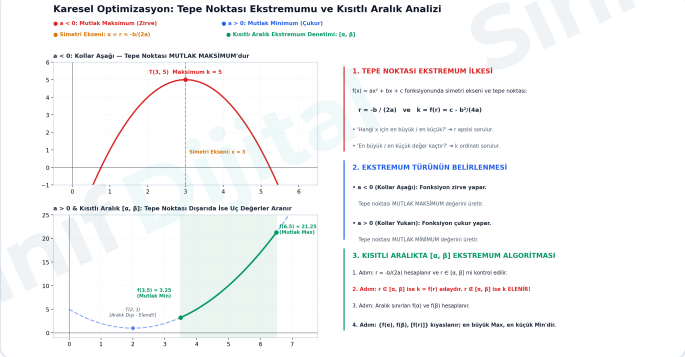
- $r = -\frac{b}{2a}$ ("**hangi $x$?**"), $k = f(r)$ ("**en az/çok?**").
- **Kısıtlı** $[\alpha, \beta]$**:** Önce $r \in [\alpha, \beta]$ bak!
- Adaylar $\{f(\alpha), f(\beta)\}$ (+ varsa $f(r)$).

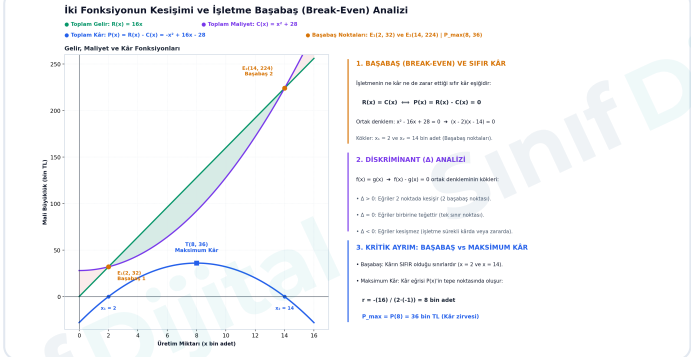
### 2. Kesişim & Başabaş $(R = C)$

- Kâr: $\mathbf{P(x) = R(x) - C(x)}$.
- **Başabaş:** $R(x) = C(x) \iff P(x) = 0$.
- $\Delta > 0 \to 2, \Delta = 0 \to 1$ teğet, $\Delta < 0 \to 0$.

### 3. MEB İşaret Tablosu

- Tüm terimleri tek tarafta sıfırla!
- En sağa başkatsayı işaretini yaz.
- **Tek kök:** değişir; **Çift kök:** değişmez!




Sınıf Dijital

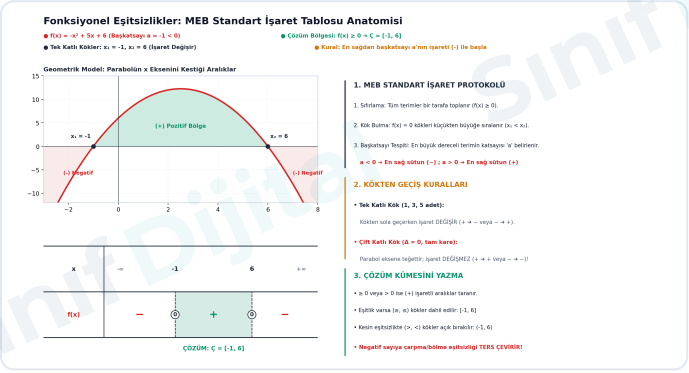
## Bölüm 2 — Rasyonel Eşitsizlikler, Dikey Açıklık ve Tarihsel Miras

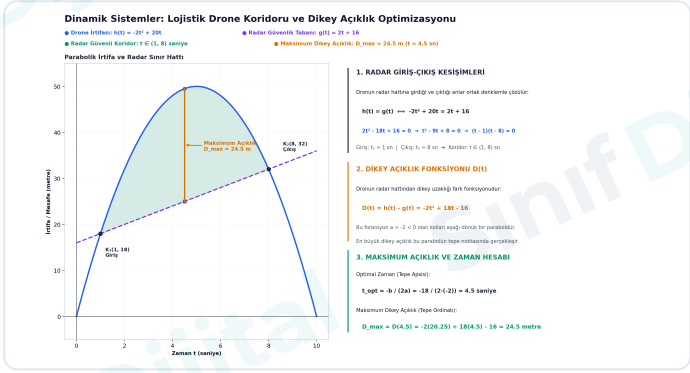
### Fonksiyonel Eşitsizlikler ve Dikey Açıklık ($D = U - L$)

$f(x) \le g(x) \iff f(x) - g(x) \le 0$ fark fonksiyonu kurulur; iki eğri arasındaki dikey açıklık $D(x) = U(x) - L(x)$ ile en büyük/en küçük mesafe bulunur. Payda içeren eşitsizlikte **değişken payda ile asla çarpım yapılmaz**; tek kesre indirgenir.

### Tarihsel Köprüler: Brahmagupta, Hârizmî ve Bin Türk

**Hârizmî** $x^2 + bx = c$ denklemlerini kareye tamamlama alan modeliyle çözerken **Abdülhamid bin Türk**, $\Delta < 0$ durumunda geometrik kare tamamlamanın kapanamayacağını ve gerçel kök bulunmadığını kanıtlamıştır.



## Bölüm 3 — Kavram Yanılgısı Radarı (❌ Tuzak vs ✅ Doğru)

| | |
|---|---|
| ❌ **Yanlış:** $\frac{2x+5}{x-3} \leq 1$ eşitsizliğinde iki taraf $(x-3)$ ile çarpılarak çözülür. | ✅ **Doğru:** $x-3$ işaret değiştirebilir! $1$'i sola atıp $\frac{x+8}{x-3} \leq 0$ işaret tablosu kurulmalıdır! |
| ❌ **Yanlış:** $(x-5)^2(x+1) \leq 0$ eşitsizliğinde çift katlı kök $x=5$ çözüm dışıdır. | ✅ **Doğru:** $\leq 0$ olduğu için $0$'ı sağlayan izole $\{5\}$ **kökü mutlaka eklenir** $(x \leq -1$ veya $x=5)$! |
| ❌ **Yanlış:** "Hangi $x$ değeri maksimum yapar?" sorusuna $k = f(r)$ yanıtı verilir. | ✅ **Doğru:** Hangi girdi $\rightarrow$ tepe **apsisi** $r$; maksimum değer kaçtır $\rightarrow$ tepe **ordinatı** $k$! |
| ❌ **Yanlış:** $r \notin [\alpha, \beta]$ olsa bile minimum her zaman tepe değeri $f(r)$ alınır. | ✅ **Doğru:** $r$ aralık dışındaysa fonksiyon $[\alpha, \beta]$'da monotondur; yalnız $f(\alpha)$ ve $f(\beta)$ kıyaslanır! |

## Bölüm 4 — Stratejik Karar Akışı: "Fonksiyon Problemini Nasıl Çözerim?"

**1. MODELİ KUR**
Tek değişkene indir;
$P = R - C$ **ya da** $A(x)$ **yaz!**

➔

**2. TEPE & SINIR TESTİ**
$r = -\frac{b}{2a}$ aralıkta mı?
**uçları** $\{f(\alpha), f(\beta)\}$ **test et!**

➔

**3. SIFIRLA & ÇARPANLA**
Sağ tarafı $0$ yap;
**tek kesir + kökleri ayır!**

➔

**4. İŞARET TABLOSU**
Çifte işaret koru (• bak);
**payda köküne** $\|$ **koy!**

## Bölüm 5 — Hemen Dene! (4 Hızlı Pekiştirme Mikro-Sorusu)

**1.** Duvar önü $30$ m profille çevrilen $3$ kenarlı dikdörtgenin alanı en çok kaç $\text{m}^2$ olur? **2.** $P(x) = -x^2 + 12x - 20$ kâr modelinde başabaş noktaları nedir?

**3.** $\frac{(x-4)^2(x+1)}{x-2} \leq 0$ tam sayıları toplamı kaçtır? **4.** $[1, 4]$'te $f(x) = x^2 - 12x + 40$ en küçük değeri kaçtır?

Hemen Dene Cevapları: 1) $\frac{15}{2} \cdot 15 = 112{,}5\ \text{m}^2$ 2) $x=2,\ x=10$ 3) $-1+0+1+4=4$ 4) $f(4)=8$