2.5. Çokgenlerle İlgili Problemler

11. SINIF MATEMATİK | MAARİF MODELİ UYUMLU | Hızlı Hatırlama • MAT.11.2.5

Daha fazla soru ve konu anlatımı için
www.sinifdijital.com

Düzlem Kaplama ($360°$) • Benzer Çokgenlerde Alan (k^2) • Köşe Kesme & Paralel Uzaklık • Yıldız Motif Stratejileri

Bölüm 1 — Temel Problem Çözme Akışı ve Döşeme / Benzerlik İlkeleri

1. Düzlem Kaplama ($360°$)

- Tek kalıpta $360°/\alpha_{iç} \in \mathbb{Z}^+$
- Yalnız **Üçgen, Kare, Altıgen** kaplar!
- Çoklu motifte: $d = \beta - 180°$ değil $180° - \beta$.

2. Benzerlik & Halka Alan

- Çevre/Kenar oranı $= k$
- Alan oranı $= k^2$
- **Halka (çerçeve):** $(k^2 - 1) \cdot A_{\text{küçük}}$

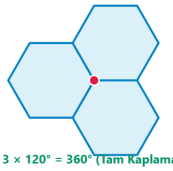
3. Kesme & Mesafe Kalıpları

- **Altıgen yükseklik:** $a\sqrt{3}$ (en uzun $2a$)
- **Kare → Sekizgen:** $L = x(2 + \sqrt{2})$
- Sekizgen bir kenarı $a = x\sqrt{2}$.

Çokgen Problemlerini Çözmede 4 Adımlı Analitik Strateji:

Adım	Geometrik Hamle	Hedef Çıktı
1. Açı / n Geçişi	Dış açı = 360° / n bağıntısını kur	Kenar sayısı n & açı
2. Eş Kenar Arama	Ortak kenarda |AB| = |BC| yakala	İkizkenar üçgen ✓
3. Yardımcı Dikme / Çizgi	Köşegen veya dış çerçeve dik üçgeni çiz	Özel üçgen (45/60°)
4. Benzerlik / Alan	Benzerlik oranı k ⇒ Alan oranı k^2 kullan	Alan / fark oranları

Tek Çeşit Düzgün Çokgenle Düzlemi Boşluksuz Kaplama Koşulu:



3 × 120° = 360° (Tam Kaplama!)

Şart: 360° / (İç Açı) = Tam Sayı!

- Eşkenar Üçgen (60°): 360° / 60° = 6 ✓
- Kare (90°): 360° / 90° = 4 ✓
- Düzgün Altıgen (120°): 360° / 120° = 3 ✓
- Beşgen (108°), Sekizgen (135°): Bölmez ✗

Bölüm 2 — Benzerlik Halka Alanı, Kareden Sekizgen ve Döndürme Stratejileri

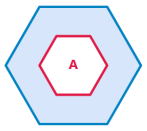
Benzer Halka ve Paralel Kenar Mesafeleri

Kenarları eşit düzgün altıgen veya beşgenler iç içe konulduğunda çerçeve alanı büyükten küçüğü çıkarmak yerine doğrudan $(k^2-1)A_{\text{küçük}}$ ile bulunur. Altıgende paralel kenar arası yükseklik daima kısa köşegene $(a\sqrt{3})$ eşittir.

Yıldız Motiflerde Alan & Strateji Genellenebilirliği

Eş iki üçgeni 60° döndürmek $12/9=\frac{4}{3}$ kat alanlı 6-uçlu yıldız üretir. Eş iki kareyi 45° döndürmekte $\text{Alan}=a^2+4h^2$ veya $2a^2-\text{Sekizgen}$ stratejisi seçilir; kareler eşit olmadığında strateji uyarlanmalıdır.

Benzer Düzgün Çokgenlerde Kenar, Çevre ve Alan Oranı (k^2):



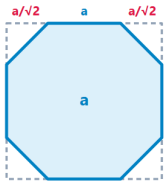
k = b / a ⇒ Alan Oranı = k^2

Aynı kenar sayılı iki düzgün çokgen benzerdir:

- Çevre₁ / Çevre₂ = k (Lineer Oran)
- Alan₁ / Alan₂ = k^2 (Karesel Oran!)

- Kenar 3 katına çıkarsa (k=3) ⇒ Alan 9 kat!
- Halka (ara) alanı = 9A - A = 8A

Düzgün Sekizgen Çerçevesi ve Köşelerden 45°-45°-90° Üçgeni:



- Düzgün sekizgenin dış açısı = 45°
- 4 köşede eş ikizkenar dik üçgen: (x, x, x√2)
- Kutu Kenarı = a + 2·(a/√2) = a + a√2
- Paralel iki kenar arası mesafe = Kutu kenarı!

Bölüm 3 — Kavram Yanılgısı Radarı (❌ Tuzak vs ✅ Doğru)

❌ Yanlış	✅ Doğru
Düzgün beşgen ($108°$) ve sekizgen ($135°$) tek başına boşluksuz zemin döşer.	$360°$'yi bölen yalnız $60°, 90°, 120°$'dir; beşgen ve sekizgen boşluk bırakır!
Kenar uzunluğu 3 katına çıkınca aradaki çerçeve alanı $3^2 = 9$ kat olur.	Büyük şekil $9A$, aradaki halka/çerçeve alanı $9A - A = 8A\,(k^2 - 1)$ katıdır!
Köşe boşluğu $\beta = 150°$ kalınca çokgenin dış açısı da $150°$ alınır.	β kalan iç açıdır; kenar sayısı için dış açı $180° - 150° = 30°$ kullanılır!
Kareden dik kenarı x olan köşeler kesilirse sekizgenin kenarı da x olur.	Kesilen hipotenüs sekizgenin kenarıdır: $a = x\sqrt{2}$!

Bölüm 4 — Stratejik Karar Akışı: "Çokgen Problemini Nasıl Modellerim?"

1. GEOMETRİYE DÖK
Karo, kutu veya rotayı **kenar & köşeyle çiz!**

➔

2. STRATEJİ SEÇ
$360°$ tamamlama, k^2, **veya 45-45-90 üçgeni kur!**

➔

3. EN SADE YOL
Tek kare + taşan uçlar **mı, birleşim − kesişim mi?**

➔

4. KOŞUL DENETLE
n tam sayı mı, halka mı, **strateji genellenir mi?**

Bölüm 5 — Hemen Dene! (4 Hızlı Pekiştirme Mikro-Sorusu)

1. $108°$ düzgün beşgenden 3 tane köşeye konunca kaç derece boşluk kalır? **2.** Kenar oranı $k = 4$ olan altıgende çerçeve küçük alanın kaç katıdır?

3. Kenarı 4 cm sekizgeni alan en küçük kare kenarı kaçtır? **4.** 2 eş eşkenar üçgenin $60°$ döndürülme alanı tek üçgenin kaç katıdır?

Hemen Dene Cevapları: 1) $36°$ 2) 15 katı 3) $4 + 4\sqrt{2}$ cm 4) $4/3$